DRGANIA MECHANICZNE

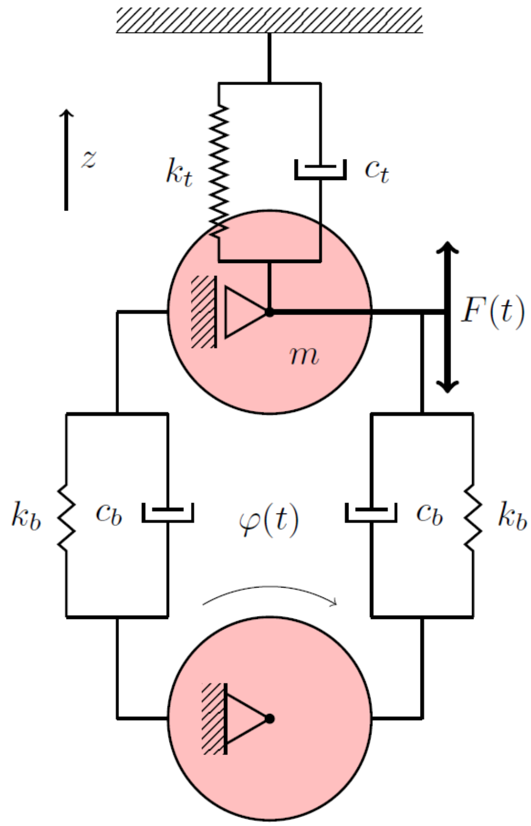
TŁUMIONE UKŁADY O JEDNYM STOPNIU SWOBODY

Damped Blower Toothed Belt Report z 1 St.S. dla $k_b = k_t$, $c_b = k_t\lambda$, $c_t = k_t\lambda$

12 lutego 2024

Schemat systemu

Ilustracja przedstawia schemat rzeczywistego obiektu mechanicznego, wyznaczony na podstawie uprzedniej analizy rzeczywistego obiektu.



Analizując przedstawiony układ można stwierdzić, że jego liczba stopni swobody to 1.

Tabelka z wartościami parametrów do obliczeń

Przyjęte do obliczeń wartości poszczególnych parametrów przedstawia tabelka 1

Tabela 1: Podstawowe wartości parametrów

Parametr	Wartość
k_b	k_t
c_b	$k_t \lambda$
c_t	$k_t \lambda$

Energia kinetyczna

Energia kinetyczna układu wyrażona jest wzorem:

$$T = \frac{m \dot{z}^2}{2} \tag{1}$$

Wyznaczona wielkość określa energię układu wynikającą z jego własności inercyjnych (energię zmagazynowaną w elementach bezwładnych).

Energia potencjalna

Energia potencjalna układu wyrażona jest wzorem:

$$V = k_t z^2 + \frac{k_t (z_0 - z)^2}{2} \tag{2}$$

Zaprezentowana zależność opisuje oddziaływanie potencjalnych pól sił w których znajduje się obiekt.

Dyssypacyjna funkcja Rayleigh'a

Energia rozpraszana tłumieniem wyrażona jest wzorem:

$$D = \frac{3k_t \lambda \dot{z}^2}{2} \tag{3}$$

Podana zależność stanowi potencjał dysynpacyjny Rayleigh'a, który poddany różniczkowaniu względem wektora prędkości uogólnionych pozwala na określenie sił wiskotycznego tłumienia.

Lagrangian układu (Funkcja Lagrange'a)

Lagrangian układu dany jest następującym wyrażeniem (4):

$$L = \frac{m\dot{z}^2}{2} - \frac{3k_t z^2}{2} - \frac{k_t z_0^2}{2} + k_t z_0 z \tag{4}$$

Równania Eulera Lagrange'a dla rozważanego przypadku są następujące:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} + \frac{\partial D}{\partial \dot{z}} - \frac{\partial L}{\partial z} = Q_z^N \tag{5}$$

Kolejne pochodne wynikające z zastosowania równań Eulera-Lagrange'a są nastęujące:

$$\frac{\partial L}{\partial z} = k_t z_0 - 3k_t z \tag{6}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\dot{z} \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m\ddot{z} \tag{8}$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{z}} = 3k_t \lambda \dot{z} \tag{9}$$

Wyniki przedstawionych operacji wykorzystuje się wyznaczenia równań ruchu układu.

Równanie ruchu

Wykorzystując obliczone pochodne, wyznacza się równanie ruchu na podstawie odpowiedniego wzoru. Równanie ruchu układu przedstawia zależność: (10)

$$m\ddot{z} - F\sin(\Omega t) - k_t z_0 + 3k_t z + 3k_t \lambda \dot{z} = 0 \tag{10}$$

Wyznaczone równania stanowią matematyczny opis dynamiczny właściwości układu. Dalsza analiza pozwala na skuteczną analizę działania modelowanego obiektu i określenie jego parametrów mechanicznych.

Wyznaczanie macierzy fundamentalnej

Z równań ruchu wyznaczono macierz mas i sztywności układu::

$$M = \left[m \right] \tag{11}$$

$$K = \left[3k_t \right] \tag{12}$$

Macierz fundamentalna, na podstawie której wyznaczono równanie charakterystyczne rozważanego układu Δ, przedstawiają się następująco::

$$A = \left[3ik_t\lambda\omega + 3k_t - m\omega^2 \right] \tag{13}$$

$$\Delta = 3k_t - m\omega^2 + 3ik_t\lambda\omega \tag{14}$$

Macierz fundamentalna pozwala określić rozwiązanie ustalone. Natomiast bazując na równaniu charakterystycznym określa się częstości własne układu.

Rozwiązanie ogólne

Rozwiązanie ogólne przedstawia wyrażenie:

$$X_{g-z(t)} = C_1 e^{-\frac{3k_t\lambda t}{2m}} \cos\left(t\sqrt{-\frac{9k_t^2\lambda^2}{4m^2} + \frac{3k_t}{m}}\right) + C_2 e^{-\frac{3k_t\lambda t}{2m}} \sin\left(t\sqrt{-\frac{9k_t^2\lambda^2}{4m^2} + \frac{3k_t}{m}}\right) \tag{15}$$

Rozwiązanie ogólne opisuje ruch analizowanego układu (przedstawia przemieszczenie w funkcji czasu) i wynika z rozważań dotyczących drgań swobodnych układu.

Rozwiązanie szczególne

Rozwiązanie szczególne dane jest następującym wyrażeniem:

$$X_{s-z(t)} = 0.333z_0 + \frac{F\left(-\Omega^2 + \frac{3.0k_t}{m}\right)\sin(\Omega t)}{m\left(\frac{9.0\Omega^2k_t^2\lambda^2}{m^2} + 9.0\left(-0.333\Omega^2 + \frac{k_t}{m}\right)^2\right)} - \frac{3.0F\Omega k_t\lambda\cos(\Omega t)}{m^2\left(\frac{9.0\Omega^2k_t^2\lambda^2}{m^2} + 9.0\left(-0.333\Omega^2 + \frac{k_t}{m}\right)^2\right)} \tag{16}$$

Rozwiązanie szczególne układu przedstawia zależność położenia od czasu odpowiednią dla drgań wymuszonych